

# خوارزمی کی مفاتیح العلوم میں ہندسہ کا باب

سید فضل احمد شمسی

ابو عبد اللہ محمد ابن احمد یوسف الکاتب الخوارزمی<sup>۱</sup> کے متعلق جن کی مفاتیح العلوم بہت مشہور ہے ہمارا علم صفر کے برابر ہے۔ ہمیں نہ تو ان کی تاریخ پیدائش کا علم ہے نہ ہی ہم ان کے سنہ وفات کا صحیح تعین کر سکتے ہیں<sup>۲</sup>۔ مفاتیح العلوم کے مقدمہ سے صرف اس قدر معلوم ہوتا ہے کہ وہ حکومت کے عہدہ دار (کاتب) رہے تھے۔ لیز یہ کہ کتاب مذکور ابوالحسین عبید اللہ ابن احمد العتبی کی تحریک و ایما پر لکھی گئی تھی<sup>۳</sup>۔ عتبی جن کی تاریخ وفات زکلی تقریباً ۳۹۰ ہجری یعنی ۱۰۰۳ء بتاتے ہیں<sup>۴</sup> سامانی حکمران نوح ابن منصور (دور حکومت ۳۶۶ تا ۳۸۷ء) کے وزیر تھے اور اسی حکمران کے زمانہ حکومت میں قتل کئے گئے تھے۔ ان کے قتل کے کچھ بعد ۳۷۳ء یا ۳۷۶ء میں عبید اللہ ابن محمد ابن عزیز سربر آرائے وزارت ہوئے<sup>۵</sup>۔ لہذا مفاتیح العلوم کی تصنیف کا زمانہ ۳۶۶ء (۶۷۷ء) سے ۳۷۲ء (۶۸۳ء) کے درمیان قرار پاتا ہے۔ خود خوارزمی کی وفات غالباً ۳۸۰ء (۶۹۱ء) اور ۳۸۷ء (۶۹۸ء) کے درمیان واقع ہوئی۔

مفاتیح العلوم کے متعلق وہ سان<sup>۱</sup> کا یہ دعویٰ تو صحیح نہیں کہ یہ کتاب مسلمانوں کی پہلی انسائیکلو پیڈیا تالیف ہے اور نہ ہی پروفیسر ریشر<sup>۲</sup> کا یہ خیال کہ یہ سائنسی انسائیکلو پیڈیا (scientific encyclopaedia) پر مسلمانوں کی پہلی تصنیف ہے۔ تاہم جارج سارن کا یہ بیان کہ ”مفاتیح العلوم اس دور کے مسلمانوں کے سائنسی علوم اور ان کی ثقافت کے مطالعہ کے لئے کبھی طور الفہرست<sup>۱۱</sup> اور رسائل اخوان الصفاء<sup>۱۲</sup> سے کم نہیں“<sup>۱۳</sup>

یقیناً صحیح ہے۔ اگر فارابی (تقریباً ۲۵۹ تا ۵۳۹ء) کی احصاء العلوم (جو کیا عجب کہ مسلمانوں کی پہلی انسائیکلوپیڈیا کی تالیف رہی ہو) سے مفاتیح العلوم کا علم بہ علم موازنہ کیا جائے تو بہت نتیجہ خیز ثابت ہو۔

مفاتیح العلوم دو مقالوں پر مشتمل ہے۔ پہلا مقالہ (جیسا کہ خود خوارزمی کا بیان ہے) علوم شریعہ اور ان سے منسلک علوم عربیہ سے بحث کرتا ہے اور دوسرا مقالہ یونانیوں اور دوسری اقوام کے علوم ("علوم عجمیہ") سے بحث کرتا ہے۔ علوم شریعہ (اور ان سے منسلک علوم عربیہ) میں خوارزمی فقہ، کلام، نحو، کتابت، شعر و عروض اور اخبار کو شمار کرتے ہیں۔ علوم عجمیہ میں فلسفہ، منطق، طب، حساب، جیومیٹری، نجوم، موسیقی، جیل اور کیمیا کا شمار کرتے ہیں۔

مفاتیح العلوم کا ایک ایڈیشن ۱۸۹۵ء میں جی۔ فان فلونن نے جرمنی سے شایع کیا تھا<sup>۱۱</sup>۔ لیکن مجھے اس سے استفادہ کا موقعہ نہیں مل سکا۔ میرے سامنے ادارۃ الطباعة المنیریة کا شایع کردہ نسخہ ہے جو مصر سے ۱۳۴۲ھ (۱۹۲۴ء) میں شایع ہوا تھا۔ اس نسخہ کی خصوصیت یہ ہے کہ فاضل مصحح نے نہ اپنا نام ظاہر کیا ہے، نہ کتاب پر تعارفی مقدمہ کا اضافہ کیا ہے اور نہ ہی یہ بتانے کی زحمت گوارا کی ہے کہ اس کتاب کی عبارت کو کن کن مخطوطات کی مدد سے متعین کیا گیا ہے۔

اس مضمون میں مفاتیح العلوم کے جیومیٹری کے باب کا مختصر تعارف پیش کرنا مقصود ہے۔ جیومیٹری (جس کے لئے اردو میں ہندسہ کا لفظ زیادہ موزوں ہے) کا باب چار حصوں (فصول) پر مشتمل ہے۔ پہلے حصہ میں ان الفاظ کی وضاحت ہے جو اس علم میں مرکزی حیثیت رکھتے ہیں جیسے "مقدار"، "بعد"، "نقطہ"، "خط"، "بسیط"، "جسم"، "طول"، "عرض"، "اور "عمق" وغیرہ۔ دوسرے حصہ میں خطوط اور ان کی اقسام کا بیان ہے۔

تیسرے حصہ میں خطوط سے بننے والی اشکال یعنی بسائط اور ان کی اقسام کا ذکر ہے۔ آخری حصہ مجسمات اور ان کی انواع کے بیان میں ہے۔

مفاتیح العلوم کی تصنیف میں خوارزمی کا مقصد یہ تھا کہ ہر علم کے وہ مبادیات مختصراً بیان کر دئے جائیں جن سے آگاہی کے بغیر اس علم کا مطالعہ ناممکن ہو اور جن پر اگر طالب علم کو قدرت حاصل ہو جائے تو اس علم میں مہارت کے حصول کی گویا اسے کنجی مل جائے۔ ہندسہ کے باب میں بھی یہی اصول مدنظر رکھا گیا ہے اور مختصر لیکن واضح اور جامع طور پر ان تصورات کا لفظی خاکہ پیش کیا گیا ہے جو اس علم کے مدار ہیں۔

مفاتیح العلوم میں ہندسہ کے باب کی نمایاں خصوصیت اس کی جامعیت ہے۔ علم ہندسہ میں جن بنیادی تصورات سے بحث کی جاتی ہے تقریباً ان تمام تصورات سے خوارزمی نے بحث کی ہے۔ یوں تو اہم ترین مسائل اثباتی (Theorems) میں سے کسی ایک کا بھی (حتیٰ کہ مسلئہ فیثاغورث جو تمام اعلیٰ ریاضی یعنی Higher Mathematics کی اساس ہے) ذکر نہیں ہے لیکن ظاہر ہے کہ انسائیکلوپیڈیائی نوعیت کی کتاب میں اس کی چنداں ضرورت نہیں، اور غالباً اسی وجہ سے خوارزمی نے ایسا نہیں کیا۔

اس باب میں جو ایک عجب بات ہے وہ یہ ہے کہ ”دائرہ“ کی تعریف میں کہا گیا ہے کہ وہ معروف (جانی ہوئی) سطح ہے اور ”محیط“ کو ایسا خط بتایا گیا ہے جو دائرہ کا احاطہ کرتا ہے۔ اس امر کا کہیں ذکر نہیں کہ دائرہ کا ایک مرکز ہوتا ہے جس سے محیط کا ہر نقطہ ایک ہی فاصلہ پر ہوتا ہے۔ نہ تو ”نصف قطر“ کی اصطلاح استعمال میں آئی ہے اور نہ ہی اس کے تصور کو پیش کیا گیا ہے۔ اس کے برعکس ”کرہ“ کی تعریف کی گئی ہے، ایک مرکزی نقطہ بتایا گیا ہے اور کرہ کے بسیط اور مرکزی نقطہ کے درمیان تمام خطوط مستقیم کو برابر قرار دیا گیا ہے۔ اس سے شبہ لاحق

ہوتا ہے کہ خوارزمی نے ان تعریفات کو دو مختلف جگہوں سے نقل کیا ہے اور اس امر پر ان کی نظر نہیں گئی کہ ایک کی تعریف سے دوسرے کی تعریف حاصل ہو سکتی ہے۔

ایک بات جو بذات خود تو عجیب نہیں لیکن جو اس مقالہ کے پڑھنے والوں کو غالباً بہت عجیب معلوم ہوگی وہ فصل چہارم میں بعض اشکال کے لئے ”ناری“، ”ارضی“، ”ہوائی“، ”مائی“، ”ماء“، عربی میں ہالی کو کہتے ہیں) اور ”فلکی“ کی اصطلاح کا استعمال ہے۔ کیونکہ کسی خاص ہندسی شکل کا آگ، مٹی، ہوا، ہالی یا (مفروضہ) فلکی مادہ سے کوئی تعلق نظر نہیں آتا۔ ہمارا تعجب یوں اور زیادہ ہو جاتا ہے کہ مفاتیح العلوم میں جن سطحوں یا شکلوں کا ذکر آیا ہے ہر ایک کے اسم کا اس شکل یا سطح کی ہندسی خصوصیات سے براہ راست تعلق ہے۔ دراصل اصطلاحات کی اس حیرت ساسانی کے پیچھے ایک پوری حکایت ہے جو تاریخی طور پر کم از کم افلاطون تک جاتی ہے۔ یہ تو ہر شخص جانتا ہے کہ بعض قدیم فلسفیوں نے تمام مادی اشیاء کو چار قسم کے مفرد مادوں سے مرکب متصور کیا تھا۔ یہ چار عناصر آگ، مٹی، ہوا، اور ہالی مقرر کئے گئے تھے۔ چنانچہ ”عناصر اربعہ“ اور ”The Four Elements“ سے یہی چار قسم کے مادے مراد ہوتے ہیں۔ بعض فلسفیوں نے اس فہرست میں ایک اور عنصر یعنی ”فلکی مادہ“ کا اضافہ کیا اور اس طرح ”عناصر خمسہ“ کی ترکیب وجود پذیر ہوئی۔ افلاطون (۴۲۷ ق۔ م تا ۳۴۷ ق۔ م) نے پانچ خاص ہندسی اشکال اور ان پانچ عناصر میں (مفروضہ) مشابہت کی بنیاد پر تطابق (correspondence) قائم کیا۔ چنانچہ یہ پانچ اشکال آج بھی ”افلاطونی اجسام“ کے نام سے موسوم ہیں۔ اس ضمن میں، فیلسوف العرب ابو یوسف یعقوب ابن اسحاق الیکندی (قریباً ۸۸۰ھ تا ۹۱۰ھ) کا ایک مستقل رسالہ ہے جس میں اس امر سے بحث کی گئی ہے کہ وہ کیا وجوہ توجہ سے ان اشکال کو عناصر کی طرف منسوب کیا

تھا۔ چنانچہ رسالہ ”فی السبب الذی (لہ) نسبت القدماء الاشکال الخمسة الی الاسطفسات،“ میں کئی وجوہ پیش کئے گئے ہیں۔ مختصراً یہ کہ اعداد میں باہمی تناسب کی (مفروضہ) خصوصیات، اعداد کی (مفروضہ) جنسیت اور اس کے اثرات، اعداد کا (مفروضہ طور پر) متحرک اور غیر متحرک ہونا، عناصر کی (مفروضہ) اضافی لمعالت اور طبیعی خصوصیات (کثافت، وزن) وغیرہ کی بنیاد پر (الکندی کے خیال میں صحیح طور پر) چار مثلثی سطحوں سے مرکب جسم کو ناری، چہ مربع“ سطحوں سے مرکب جسم کو ارضی، آٹھ مثلثی سطحوں سے مرکب جسم کو ہوائی، بیس مثلثی سطحوں سے مرکب جسم کو مائی، اور بارہ مخمس سطحوں سے مرکب جسم کو فلکی خصوصیات کا حاصل بتایا گیا ہے۔ بہر کیف یہ وجوہ کندہ نے پیش کئے ہیں، خوارزمی نے نہیں۔ ایسا معلوم ہوتا ہے کہ خوارزمی کے زمانے تک یہ اصطلاحات اس قدر عام ہو چکی تھیں کہ تصورات اور مصطلحات میں تعلق بیان کرنے کی چنداں ضرورت باقی نہیں رہ گئی تھی۔

یہاں بیرونی کی کتاب التفہیم لاوائل صناعة التنجیم کا ذکر دلچسپی سے خالی نہ ہوگا جو کہ مفاتیح العلوم کے تقریباً پچاس سال بعد لکھی گئی تھی۔ اس کا پہلا باب ہندسہ پر ہے اور نفس مضمون اور انداز بحث میں بہت حد تک موخر الذکر کے باب ہندسہ سے مشابہ ہے۔ لیکن بعض تصورات اور مصطلحات ایسی ہیں کہ ایک کتاب میں ان کی تعریف آئی ہے مگر دوسری میں نہیں۔ مثلاً مفاتیح العلوم کے باب ہندسہ میں ”شکل“ اور ”دور“ کو استعمال تو کیا گیا ہے لیکن ان کی تعریف نہیں کی گئی ہے، اور نہ ہی ”نصف قطر“، ”مستطالہجر“، ”زاویہ متبادلة“، ”زاویہ خارجیہ“، ”متمم“، ”مقدم“ اور ”تالی“ وغیرہ سے بحث کی گئی ہے۔ اس کے برعکس کتاب التفہیم کے باب ہندسہ میں ”زاویہ مجسمة“، ”سطح ہلالی“، ”سطح بیضوی“، ”شکل قطاع“، ”بسیط استوائی“، ”شکل لینی“، ”شکل عمودی“، ”شکل بٹری“، ”حلقہ“، ”اسطوانہ“ وغیرہ سے

مٹ نہیں کی گئی ہے۔ ”سہم“ دونوں کے نزدیک (تقریباً) ایک ہی ہے لیکن تعریف دو مختلف انداز میں کی گئی ہے۔ خوارزمی فرماتے ہیں: ”سہم وہ خط ہے جو اس نقطہ سے گزرتا ہے جو قوس کے وتر کو دو آدھوں میں منقسم کرتا ہے اور جو وتر سے ملکر زاویہ قائمہ بناتا ہے۔“ اس کے برعکس یرولی کا کہنا ہے کہ ”وہ خط جو وتر اور قوس [دونوں] کے درمیانی نقطوں کے درمیان واقع ہے، اور وہ سہم کو قطر کا صرف وہ حصہ گردانتے ہیں جو وتر کو دو نصف حصوں میں منقسم کرنے والے نقطہ اور قوس کو دو نصف حصوں میں منقسم کرنے والے نقطہ کے درمیان واقع ہے۔ چنانچہ وہ کہتے ہیں کہ ”اگر قوس نیم دائرہ سے بڑا ہو تو سہم نصف قطر سے بڑا ہوتا ہے اور اگر قوس نیم دائرہ سے چھوٹا ہو تو سہم نیم قطر سے چھوٹا ہوتا ہے۔“

### تعمیر

- ۱ - ان کو محمد ابن موسیٰ الخوارزمی (متوفی تقریباً ۸۲۳ = ۵۸۴) نے سمجھ لیا جائے!
- ۲ - ان کی پیدائش کا سال کسی کتاب میں بھی پوری نظر سے نہیں گزرا۔ حاجی خلیفہ (کشف القلوب، جلد دوم، ۱۹۸۳ء صفحہ ۱۷۵) اور خیر الدین الزرکلی (الاعلام، جلد ششم، دوسرا ایڈیشن، صفحہ ۲۰۳) کو سال وفات بتاتے ہیں جب کہ اسماعیل ہاشمی (مدیۃ العارفین: اسماء المؤلفین و آثار المصنفین، جلد دوم، استبصار، ۱۹۵۵ء صفحہ ۵۱) اس سے بہت قبل ۸۳۸ء کو سال وفات بتاتے ہیں۔
- ۳ - مفاتیح العلوم، مصر، ۱۳۴۲ء صفحہ ۲۲
- ۴ - خیر الدین الزرکلی، الاعلام، جلد چہارم، دوسرا ایڈیشن، صفحہ ۳۸۸ (دیکھئے نقشہ ۷، لہجہ)۔
- ۵ - K. V. Zettersteen, "NUH II B. MANŞUR B. NUH," *The Encyclopaedia of Islam*, Vol. III, Leiden, 1936, p. 950.
- ۶ - خیر الدین الزرکلی، الاعلام، جلد چہارم، دوسرا ایڈیشن، صفحہ ۳۸۸۔ زہر شے ابن (حوالہ اور دیا گیا ہے) کے مطابق غنی ربع الثانی ۸۳۶ء میں سربراہان وزارت ہوئے۔ ابوزید ۸۳۱ء میں ابن مسجور کو سپہ سالاری سے ہٹانے کے نتیجہ میں کچھ دنوں بعد قتل ہوئے۔
- ۷ - الزرکلی نے غنی کی تاریخ وفات غلط دی ہے۔ ان کی وفات ۸۳۱ء یا ۸۳۲ء میں واقع ہوئی ہوگی۔

- E. Wiedemann, "AL-KHWĀRIZMĪ," *The Encyclopaedia of Islam*, - ۹  
Vol. II, Leiden, 1927, p. 913
- Nicholas Rescher, "The Logic Chapter of Muhammad Ibn Ahmad al-Khwārizmī's Encyclopaedia, Key to the Sciences (ca. A. D. 980)", *Studies in the History of Arabic Logic*, Pittsburgh, 1963, p. 64.
- ۱۱ - سنہ تصنیف ۵۳۷ھ - مصنف ابن ندیم -
- ۱۲ - ۵۳۷ھ - ۵۹۸ھ کے آس پاس اخوان کی سرگرمیوں کا پتہ چلتا ہے۔
- G. Sarton, *Introduction to the History of Science*, Baltimore, 1927 (reprinted 1950), p. 659. - ۱۳
- ۱۴ - قطیف : عثمان امین، دوسرا ایڈیشن، مصر ۱۹۴۹ء -
- ۱۵ - مفاتیح العلوم، مصر، ۱۳۴۲ھ، صفحہ ۴ -
- ۱۶ - دیکھئے ریشر کتاب مذکور صفحہ ۶۴ نوٹ ۲ -
- ۱۷ - یہ عربی میں "ہنّسہ" ہے "ہنّسہ" نہیں - میں سمجھتا ہوں کہ اگر ہم لفظ "ہنّسہ" (figure) کے معنوں میں اور "ہنّسہ" جیومیٹری کے لئے استعمال کریں تو صحیح یہی ہو اور مناسب یہی -
- ۱۸ - "الدائرة هي السطح المعروف"، مفاتیح العلوم، مصر، ۱۳۴۲ھ صفحہ ۱۱۹ سطر ۷ -
- ۱۹ - "والمحيط هو الخط الذي يحيط بهذا السطح"، مفاتیح العلوم، مصر ۱۳۴۲ھ صفحہ ۱۱۹ سطر ۷ و ۸ -
- ۲۰ - "الكرة شكل مجسم يحيط به بسيط واحد في داخله نقطة كل الخطوط المستقيمة الخارجة من تلك النقطة الى بسيطها متساوية و تلك النقطة مركزها"، مفاتیح العلوم، مصر ۱۳۴۲ھ صفحہ ۱۲۱ سطر ۱۳ تا ۱۶ -
- Platonic Solids - ۲۱
- "مربعوں کا فلسفی"، الکندی کو خالص عرب نسل کا واحد فلسفی مانا جاتا ہے - ۲۲
- الکندی کے فلسفیانہ رسائل کو رسائل الکندی الفلسفة کے نام سے دو جلدوں میں پروفیسر محمد عبد الہادی ابو ریدہ نے قاہرہ سے ۱۹۵۰ء اور ۱۹۵۳ء میں شایع کیا - رسالہ زیر بحث کو دوسری جلد میں شامل کیا گیا ہے -
- دیکھئے نوٹ نمبر ۳ - ۲۳

