خوارزمی کی مفاتیح العلوم میں ہندسہ کا باب

سید فضل احمد شمسی

[خوارزمی، مفاتیح العلوم اور علم ہندسہ کے متعلق شمسی صاحب کا ایک مختصر تعارفی مضمون جون ۷۳ع کے فکر و نظر میں شائع ہوچکا ہے۔ اب مفاتیح العلوم کے باب ہندسہ کا ترجمہ پیش کیا جاتا ہے۔ دراصل یہ ترجمہ ہی اس مضمون کا محرک ہواتھا۔ (ادارہ)]

ترجمہ

(مفاتیح العلوم ، اداره الطباعة المنرية، مصر، ۱۳۴۲ھ/۱۹۲۳ع)

صفحہ ۱۱۷ - ۱۲۲

مقالہ (دوم) باب پنجم : علم ہندسہ

اس کی چار فصول ہیں

پہلی فصل اس فن کے مقدمات میں ہے

دوسری فصل خطوط میں ہے

تیسری فصل بسائط میں ہے

چوتھی فصل مجسمات میں ہے

فصل اول : اس فن کے مقدمات

اس فن کو یونانی میں 'جومطریا' کہتے ہیں اور یہ مساحت۲۵ کا فن ہے۔ ہندسہ ایک معرب فارسی لفظ ہے جو فارسی میں ''اندازہ'' یعنی مقادیر ہے۔ خلیل۲۶ کا کہنا ہے : مہندس وہ ہے جو جھیلوں کی گذرگاہ اور ان جگہوں کا جہاں وہ کھودی جاتی ہیں تعین کرتا ہے۔ یہ ''ہندزہ'' سے مشتق ہے جو فارسی ہے ، اور عربی میں چونکہ دال کے بعد زے نہیں آتا اس لئے اس کا

زے سین بن گیا ہے ۔ اس کے برعکس کچھ لوگ کہتے ہیں کہ یہ ''الدیشہ'' یعنی ''خیال'' کا معرب ہے لیکن یہ صحیح نہیں کیونکہ فارسی کلام میں ''اندازہ با اختر شماری باید'' ہے، یعنی ''علم نجوم کے اصول علم ہندسہ کے محتاج ہیں'' ۔ اس لفظ [ہندسہ] کا اطلاق ، جیسا کہ خلیل کا کہنا ہے، پانی کے تخمینہ پر بھی ہوتا ہے کیونکہ یہ [یعنی پانی کا تخمینہ] اس فن کا ایک نوع اور ایک حصہ ہے ۔

کتاب الاسطقسات اس فن کے اصول پر اقلیدس کی کتاب ہے (فلسفہ کے باب میں اسطقس کی تشریح کی جاچکی ہے۲۷) ۔ ''اقلیدس'' اس شخص کا نام ہے جس نے کتاب مذکور کو تصنیف کیا ہے اور اس میں ہندسہ کے اصول کو یکجا کیا ہے ۔ ''مصادرہ'' ان مبادیات مسائل کو کہتے ہیں جن سے ہندسہ کی کتاب یا اس کا ایک باب شروع ہوتا ہے [ہم ان مصادرات سے نیچے بحث کر رہے ہیں] اس فن کے ماہرین ان الفاظ کو بھی استعمال کرتے ہیں جن کی تشریح گذشتہ ابواب میں گذرچکی ہے ۔

''مقادیر'' وہ ہیں جو ابعاد کے حامل ہیں : یہ خطوط، بسائط اور اجسام ہیں ۔ ''ابعاد'' طول، عرض اور عمق [گہرائی] ہیں (ہم یکساں طور پر گہرائی [عمق] یا بلندی [سمک] کہہ سکتے ہیں ۔ ان کے درمیان فرق یہ ہے کہ بلندی ان اجسام میں ہوتی ہے جو اونچے ہوتے ہیں اور گہرائی ان اجسام میں جو نیچے ہوتے ہیں) ۔ ''جسم'' ایک مقدار ہے جس کے تین ابعاد، طول عرض اور عمق ہوتے ہیں اور جس کے کنارے بسائط ہوتے ہیں ۔ ''بسیط'' اور ''سطح ''وہ مقدار ہیں جن کے فقط دو ابعاد، طول اور عرض، ہوتے ہیں اورجن کا ادراک قوت حس سے صرف اس حالت میں ممکن ہے کہ جسم میں ہوں کیونکہ وہ جسم کے کنارے ہیں ۔ (اگر وہ اپنے طور پر لئے جائیں تو ان کا ادراک صرف خیال میں ممکن ہے) بسائط کے کنارے خطوط ہوتے ہیں ۔ ''خط''

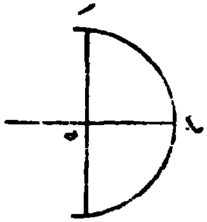
وہ مقدار ہے جو فقط ایک بعد، طول، کا حامل ہے اور جسے صرف بسیط ہی میں دیکھا جاسکتا ہے (کیونکہ خط بسیط کا کنارہ ہے اور اگر اسے اپنے طور پر لیا جائے تو اس کا ادراک صرف خیال میں ممکن ہے)۔ خط کے کنارے دو نقطے ہوتے ہیں۔ ''نقطہ،، وہ چیز ہے جس کا کوئی بعد نہیں، نہ طول نہ عرض اور نہ عمق، اور جس کا قوت حس سے ادراک صرف اس حالت میں ممکن ہے کہ وہ خط میں ہو (کیونکہ نقطہ خط کا کنارہ ہے)۔ اگر اسے اپنے طور پر لیا جائے تو اس کا ادراک صرف خیال میں ممکن ہے۔

فصل دوم : خطوط

خطوط تین قسم کے ہوتے ہیں : مستقیم، مقوس اور منحنی۔ [۲۸۰۰۰] ''متوازی خطوط،، وہ [خطوط مستقیم] ہیں جو آپس میں نہیں ملتے خواہ انہیں لامتناہی طور پر کیوں نہ بڑھایا جائے۔ '' متلاقی خطوط،، وہ [خطوط مستقیم] ہیں جو ایک دوسرے سے مل جاتے ہیں اور [اس طرح] زاویہ بناتے ہیں۔ زاویہ [دو طرح کا یعنی] مسطح یا مجسم ہوتا ہے۔ '' مسطح ،، [زاویہ] وہ ہے جو دو ایسے خطوط کے ملنے سے بنتا ہے جو ایک سیدھ میں نہ ہوں، اور ''مجسم،، [زاویہ] وہ ہے جو تین ایسے خطوط کے ملنے سے بنتا ہے جو نہ تو ایک سیدھ میں ہوں اور نہ ہی ایک سطح میں واقع ہوں۔ مسطح زاویہ تین قسم کا ہوتا ہے : قائمہ، منفرجہ اور حادہ۔ ''زاویہ قائمہ،، وہ زاویہ ہے جس کے ان دو ضلعوں میں سے کسی ایک کو جس سے زاویہ بنا ہے اگر بڑھایا جائے تو [اس بڑھنے سے] جو زاویہ بنے گا وہ پہلے کی مانند [یعنی اس کے برابر] ہوگا۔

''زاویہ حادہ،، وہ [زاویہ] ہے جو [زاویہ] قائمہ سے چھوٹا ہوتا ہے۔ اور ''زاویہ منفرجہ ،، وہ [زاویہ] ہے جو [زاویہ] قائمہ سے بڑا ہوتا ہے۔ ''دائرہ،، معروف [جانی ہوئی] سطح ہے۔ ''محیط ،، اس خط کو کہتے ہیں جو اس سطح [یعنی دائرہ] کا احاطہ کرتا ہے۔ اس خط محیط کے ٹکڑے کو ''قوس،، کہا

جاتا ہے۔ ''اضلاع،، وہ خطوط ہیں جو سطوح کا احاطہ کرتے ہیں۔ (''اضلاع،، کا واحد ''ضلع،، ہے) ''ساقان،، ان دو خطوط کو کہتے ہیں جو ایک زاویہ بناتے ہیں۔ (ان دو میں سے ہر ایک کو ''ساق،، کہا جاتا ہے) ''قاعدہ،، وہ خط ہے جو ساقان [یعنی دو ساقوں] کو ملاتا ہے۔ ''قطر،، وہ [خط] ہے جو ایک زاویہ کی طرف سے نکلتا اور دوسرے زاویہ پر ختم ہوتا ہے۲۹۔ ''قطر،، اس خط کو بھی کہتے ہیں جو دائرہ کو دو نصفوں میں بانٹتا ہے۔ ''عمود،، وہ خط ہے جو دوسرے خط پر اس طرح کھڑا ہوتا ہے کہ دونوں خطوط کے ملنے سے زاویہ قائمہ بن جاتا ہے۔ ''وتر،،۳۰ وہ خط ہے جو قوس کے یا منحنی خط کے دونوں کناروں کو ملاتا ہے۔ اس خط کو بھی ''وتر،، ہی کہتے ہیں جو زاویہ کو باندھتا ہے۳۱، یعنی قاعدہ کو۔ ''سہم،،۳۲ وہ خط ہے جو اس نقطہ سے گزرتا ہے جو قوس کے وتر کو دو برابر حصوں میں منقسم کرتا ہے اور جو وتر سے مل کر زاویہ قائمہ بناتا ہے، [دی ہوئی شکل میں] خط ہ ب کی طرح۔



'' جیب مستوی ،، وہ [خط] ہے جو اس نصف قوس کا جس کا کہ وہ جیب۳۳ ہے نصف وتر ہے، [خط] اہ کی طرح (کیونکہ یہ [یعنی خط اہ] نصف قوس اب کا نصف وتر ہے) ۔ '' جیب معکوس ،، نصف قوس کا وہ سہم ہے جو اس کا [یعنی نصف قوس کا] جیب ہے جیسے کہ خط ہ ب قوس اب کا ہے۔

فصل سوم : بسائط

بسائط کی قسمیں تین ہیں : مسطح۳۴، مقبب۳۵ اور مقعر۳۶۔ مسطح [بسائط] کی بہت سی قسمیں ہیں۔ ان میں مثلث ہے جس کی تین قسمیں،

قائم الزاویه، منفرج الزاویه اور حادۃ الزاویه هیں ۔ (زاویه کی ان اقسام کی تشریح موجودہ باب کی پہلی فصل میں گزر چکی ہے) ان میں [علاوہ ازیں] مربع۳۷ ہے جس کی پانچ قسمیں ہیں : پہلا ''[مربع] صحیح '' ہے جو قائم الزاویه اور متساوی الاضلاع ہے، دوسرا وہ جو قائم الزاویه ہے، جس کے متقابل [آمنے سامنے کے] اضلاع ایک دوسرے کے برابر ہیں اور جسے ''مستطیل'' کہتے ہیں؛ تیسرا متساوی الاضلاع ہے لیکن قائم الزاویه نہیں، جس کے متقابل اضلاع ایک دوسرے کے برابر ہیں اور جسے ''معین'' کہتے ہیں (اس کا نام ''عین''۳۸ سے مشتق ہے)؛ چوتھا ''شبیہ معین'' ہے جس کے متقابل زاویے ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں لیکن قائمہ نہیں اور جس کے متقابل اضلاع متساوی ہوتے ہیں؛ اور پانچواں ''منحرف'' ہے جو ان حدود سے باہر ہے [یعنی نہ تو تمام متقابل اضلاع متساوی ہوتے ہیں اور نہ تمام متقابل زاویے ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں] ۔ کثیر الزاویه سطوح [یعنی ایسی سطحیں جن میں پانچ یا اس سے زائد اضلاع ہوں] ''مخمس''۳۹ ''مسدس''۴۰ ''مسبع''۴۱ وغیرہ (جن کے نام ان کے اضلاع کی تعداد سے مشتق ہیں) کہلاتے ہیں ۔

''سطح ہلالی'' وہ سطح ہے جو ہلال کی مانند دو ایسے مقوس خطوط سے گھرا ہوا ہے جن میں سے ایک [خط] دوسرے [خط] کی کوکھ پر باہر سے جھکا ہوا ہے ۔ ''سطح بیضوی'' وہ [سطح] ہے جو انڈے کی طرح دو متقابل کھوکھلے قوسوں سے محیط ہے ۔ ''شکل قطاع'' (''ق'' پر زبر اور ''ط'' پر تشدید کے ساتھ) دائرہ کا ایک ٹکڑا ہے جس کا سر دائرہ کے مرکز یا محیط پر واقع ہو جیسا کہ ان دو شکلوں میں ہے ۴۲ ۔ '' کروی بسیط مقبب '' وہ [سطح] ہے جو گیند کی مانند ہوتا ہے ۔ '' بسیط اسطوانی '' وہ [بسیط] ہے جو اسطوانہ کی شکل کا ہوتا ہے [یعنی] جو دائرہ سے شروع ہوکر بسیط مقبب کے دائرہ پر ختم ہوتا ہے ۔ ''تقبیب المخروط''۴۳ وہ شکل ہے جو ایک

نقطہ سے شروع ہوتا ہے اور دائرہ کے محیط پر ختم ہوتا ہے۔ (صنوبر کے درخت سے مشابہت کے باعث اسے "شکل صنوبری" بھی کہا جاتا ہے)۔

فصل چہارم : مجسمات

"شکل ناری"، وہ جسم ہے جو چار ایسی سطحوں سے بنتا ہے جن میں سے ہر ایک متساوی الاضلاع مثلث ہے۔ "شکل ارضی"، ایک مکعب ہے جو چوسر کے پانسہ کی مانند ایسی چھ مربع سطحوں سے بنتا ہے جو کہ متساوی الاضلاع اور متساوی الزاویہ ہوں۔ "شکل ہوائی"، وہ جسم ہے جو آٹھ ایسی سطحوں سے بنتا ہے جو متساوی الاضلاع (ومتساوی الزاویہ) مثلث ہوں۔ "شکل مائی"، وہ جسم ہے جو بیس متساوی الاضلاع (ومتساوی الزاویہ) مثلثات سے بنتا ہے۔ "شکل فلکی"، وہ جسم ہے جو بارہ ایسی مخمس سطحوں سے متشکل ہو جو متساوی الاضلاع اور متساوی الزاویہ ہیں۔ "شکل لبنی"، مربع اینٹ کی شکل کا ایک مربع جسم ہے جس کے ابعاد میں سے دو متساوی ہوتے ہیں اور تیسرا [ان دو ابعاد سے] چھوٹا ہوتا ہے۔ "شکل عمودی"، ایک مربع جسم ہے جس کے ابعاد میں سے دو متساوی ہوتے ہیں اور تیسرا [ان دو سے] بڑا ہوتا ہے۔ کنوئیں [بئر] سے مشابہت کے باعث کچھ لوگ اسے [شکل] "بئری" بھی کہتے ہیں۔ کچھ لوگ اسے [شکل] "تیری"، کہتے ہیں ("تیر" درخت کے تنے کو کہتے ہیں) لیکن پہلی بات زیادہ درست ہے۔ "شکل لوحی"، تختی کی مانند وہ مربع جسم ہے جس کے تینوں ابعاد ایک دوسرے سے مختلف ہوتے ہیں۔ "جسم منشور"، ایک مربع جسم کے اپنے کسی قطر پر دو حصوں میں منقسم ہوجانے سے وجود میں آتا ہے۔ (اسے اس لئے منشور کہا جاتا ہے کہ یہ گویا آرہ سے کٹا ہوا ہوتا ہے) "کرہ"، ایک مجسم شکل ہے جو [صرف] ایک بسیط کے گھیر سے بنتا ہے اور جس کے اندر ایک ایسا نقطہ ہوتا ہے کہ اس سے نکلنے والے تمام خطوط مستقیم جو

بسیط تک جاتے ہیں ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں ۔ یہ نقطہ کرہ کا "مرکز" ہے ۔ "کرہ کا قطر" ہر وہ خط [مستقیم] ہے جو کرہ کے مرکز سے گزرتا اور [ہر دو طرف] اس کے بسیط پر منتہی ہوتا ہے ۔ کرہ کا "محور" اس کا وہ قطر ہے جس پر کرہ حرکت کرتا ہے اور جو اپنی جگہ پر قائم رہتا ہے ۔ کرہ کے "قطبین" محور کے دونوں کناروں کو کہتے ہیں ۔ "بیضہ" ایک مجسم شکل ہے جو ایک بسیط سے گھرا ہوا ہے اور نصف دائرہ سے کم ایک قطعہ سے اس وقت بنتا ہے جب کہ اس قطعہ کے دونوں کنارے بطور محور ہو جائیں اور وہ قطعہ گھومے یہاں تک کہ وہ اس جگہ واپس آجائے جہاں سے شروع کیا تھا ۔ "حلقہ" ایک جسم ہے جس کا احاطہ ایک گول بسیط کرتا ہے ، جس کے اندر جگہ ہوتی ہے [یعنی جو کھوکھلا ہوتا ہے] اور اس کا امکان ہوتا ہے کہ اس میں ایک کرہ واقع ہو ۔ "اسطوانہ" ایک جسم ہے جو ایک دائرہ سے شروع ہوتا ہے اور دوسرے دائرہ پر (جو کہ پہلے دائرہ کے برابر ہے) منتہی ہوتا ہے، اور ایک اسطوانی بسیط سے گھرا ہوتا ہے ۔ "جسم مخروط" ایک شکل ہے جو ایک نقطہ سے شروع ہوکر ایک دائرہ کے محیط پر ختم ہوتا ہے اور جو ایک بسیط صنوبری اور دائرہ کے گھیر سے بنتا ہے ۔ [شکل] "ہلیلجی" اور عدسی" ایک دائرہ کے دو قطعتوں یعنی دو قوسوں سے اس وقت بنتے ہیں جب ان کے کنارے ایک دوسرے سے ملتے ہیں اور کرہ کا محیط قطبین کے درمیان ایک مرتبہ گھومتا ہے۳۳ ۔

حواشی

۲۵ ۔ زمین کی پیمائش یعنی لینڈ سروے ۔

۲۶ ۔ تاریخ میں کئی خلیل ہو گزرے ہیں، اور اگرچہ مفاتیح العلوم میں کئی مرتبہ انکا ذکر آیا ہے لیکن خوارزمی نے ان کے متعلق کچھ بھی نہیں کہا ہے کہ یہ بزرگ کون تھے ۔ چونکہ انکا ذکر ہمیشہ کسی نہ کسی لفظ کی تعریف یا توضیح کے سلسلہ میں آیا ہے بہت ممکن ہے کہ یہ ابو عبدالرحمن الخلیل ابن احمد ابن عمرو الفراہیدی الازدی الیحمدی رہے ہوں جو بقول الزرکلی (الاعلام، جلد دوم، دوسرا ایڈیشن، صفحہ ۳۶۳) امام لغت و ادب تھے اور

جن کی تصنیفات میں دیگر کتابوں کے علاوہ ''کتاب العین''۔ ''معانی الحروف'' اور ''النقط و الشکل'' بتائی جاتی ہے۔

۲۷ - مفاتیح العلوم، مصر ۱۳۴۲ھ، باب فلسفہ، فصل سوم، صفحہ ۸۲ سطریں ۱۳ تا ۱۶ ۔

۲۸ - غالباً یہاں پر خطوط مستقیم، مقوس اور منحنی کی تعریفات پیش کی گئی ہوں گی۔

۲۹ - یہ تعریف مکمل نہیں۔ مربع سطح (یعنی چار اضلاع والی سطح) میں وہ خط جو متقابل زاویوں کو ملاتا ہے اس سطح کا ''قطر'' کہلاتا ہے۔

۳۰ - لفظ ''وتر'' میں ت پر زبر ہے زیر نہیں۔

۳۱ - ''والخط الذی یوتر زاویۃ یسمی وتراً ایضاً اعنی القاعدۃ''۔ مفاتیح العلوم، مصر، ۱۳۴۲، صفحہ ۱۱۹ سطریں ۱۴ و ۱۵۔ یہ مثال کمان کی ہے جس کی کمانی کو ڈوری سے باندھا جاتا ہے۔

۳۲ - لغوی معنی تیر کے ہیں۔

۳۳ - ٹریگونومیٹری میں ہم سائن (Sine) عام طور پر استعمال کرتے ہیں لیکن بہت کم لوگ جانتے ہیں کہ یہ لفظ لاطینی کی وساطت سے '' جیب '' سے مشتق ہے۔ لاطینی میں جیب کو Sinus کہتے ہیں (تلفظ "جیب" ہے "جے ب" نہیں' یعنی ج پر زبر ہے) ۔

۳۴ - تعریف نہیں کی گئی ہے۔ بہرحال "مسطح بسیط''، وہ بسیط ہے جس میں کسی بھی دو نقطوں کے درمیان جو خطوط واقع ہوں انمیں سب سے چھوٹی خط مستقیم ہو۔

۳۵ - اس کی بھی تعریف نہیں کی گئی ہے۔ اگر ایک بسیط غیر مسطح ہو یعنی کسی طرف جھکا ہوا ہو تو یہ گنبد نما ہوتا ہے اور اس کی بالائی سطح کو، یعنی وہ سطح جو باہر سے نظر آتی ہے مقبب کہتے ہیں۔

۳۶ - تعریف نہیں کی گئی ہے۔ غیر مسطح بسیط کی اندرونی سطح کو، یعنی وہ سطح جو اندر سے نظر آتی ہے، ''مقعر بسیط'' یا صرف ''مقعر'' کہتے ہیں۔

۳۷ - اردو میں ہم اس لفظ کو قدرے دگر معنوں میں استعمال کرتے ہیں، عربی میں ''مربع'' کے معنی چار اضلاع والی سطح ہے اور یہ ضروری نہیں کہ یہ اضلاع برابر ہوں اور ان کے درمیان واقع زاویے بھی ایک دوسرے کے برابر ہوں۔ اردو کے ''مربع'' کے لئے مفاتیح العلوم میں ''مربع صحیح'' آیا ہے۔

۳۸ - عین بمعنی آنکھ۔

۳۹ - ایسی سطح جو پانچ اضلاع سے بنی ہو۔

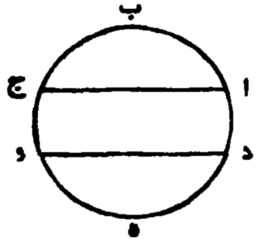
۴۰ - ایسی سطح جو چھ اضلاع سے بنی ہو ۔

۴۱ - ایسی سطح جو سات اضلاع سے بنی ہو۔

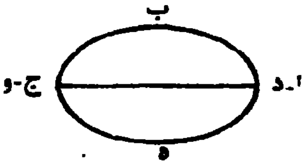
۴۲ - مفاتیح العلوم، مصر ۱۳۴۲ھ میں یہ شکلیں نہیں دی ہوئی ہیں۔

۴۳ - یہ ترکیب کچھ غلط معلوم ہوتی ہے۔ لیکن ممکن ہے کہ خوارزمی کے زمانہ میں یہ اب اصطلاح رہی ہو۔

۴۴ - ایک دائرہ لے لیں اور اسمیں سے دو برابر قطعات لے لیں۔



اب قطعہ ا ب ج اور قطعہ د ہ و کو اس طرح ملائیں کہ نقاط ا اور د ایک ہو جائیں ا نقاط ج اور و ایک ہوجائیں۔



اس سطح کے قطبین ا۔د اور ج۔و رکھ لیں یعنی خط ا ج (= خط د و) اس کا محور ہے۔ اب محور پر اس سطح کو اس طرح گھمائیں کہ قوس ا ب ج قوس ا ہ ج (= قوس د ہ و) کی جگہ پر آجائے (اور اس طرح قوس ا ہ ج قوس ا ب ج کی جگہ آجائے) - اس گردش سے جو شکل بنے گی اسے (خوارزمی کی اصطلاح میں) ''ھلیلجی،، یا ''عدسی،، کہیں گے۔ لیکن اس میں قباحت یہ ہے کہ ''بیضہ،، اور ''شکل عدسی،، میں کوئی فرق ممکن نہ ہوگا۔